

УДК 632.7.08:51.76:519.24

DOI: 10.36305/0513-1634-2021-140-31-36

## ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ НАСЕКОМЫХ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЗАЩИТНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПЛОДОВЫХ КУЛЬТУР

Евгений Павлович Рыбалкин, Валерий Анатольевич Шишкин,  
Василий Николаевич Опанасенко

Никитский ботанический сад – Национальный научный центр РАН,  
298648, Республика Крым, г. Ялта, пгт. Никита, Никитский спуск, 52  
E-mail: r.e.p.92@yandex.ru

Защита плодовых культур от вредителей является одной из важнейших задач садоводства. В свою очередь, применение защитных мер имеет как положительные, так и отрицательные стороны, что делает вопрос повышения их эффективности одним из основных. Имея данные об ориентировочной численности вредителей и датах начала их фаз развития, возможно повышение эффективности за счет выбора оптимальной меры воздействия и составления более точного графика защитных мероприятий. Одним из способов определения таких параметров является использование моделирования. В статье приведен один из подходов построения математической модели процесса развития насекомого, используемый для построения программной имитационной модели, позволяющей повысить эффективность защитных мероприятий плодовых культур. В статье описано, в чем заключается суть моделируемого процесса. Представлены математическая модель и методы определения ее параметров. Определены требуемые исходные данные для моделирования.

**Ключевые слова:** моделирование; модель; цепи Маркова; вредители; защита растений

### Введение

Важным фактором, влияющим на урожайность плодовых культур, являются насекомые вредители [1]. Соответствующие защитные мероприятия представляют собой комплекс различных методов борьбы с ними. Для повышения эффективности применения методов защиты требуется информация о датах начала и окончания фаз развития насекомых, их ориентировочной численности и др. По этой причине специалисты в области защиты растений регулярно наблюдают за различными параметрами развития вредителей и за многие годы накопили существенное количество статистических данных [2].

Применение моделирования процесса развития насекомых для прогнозирования вероятных значений численности, даты начала и окончания фаз развития, позволит повысить точность прогноза, в сравнении с классической статистической обработкой данных, так как учитывается специфика самого процесса, его закономерности, структура. В свою очередь это позволит повысить эффективность борьбы с вредителями, оптимизировать затраты на проведения защитных мероприятий. А накопленные статистические данные можно использовать для определения параметров разработанной модели. Также в качестве опорных данных можно использовать актуальные показатели, это позволит корректировать результаты и своевременно реагировать на изменения численности вредителей.

Процесс развития насекомых по своей природе является стохастическим, так как изменение свойств системы обусловлено влиянием большого числа случайных факторов [2]. При этом разделение жизненного цикла насекомых на фазы развития позволяет рассмотреть этот процесс как марковскую цепь [5]. Программную реализацию модели, построенной с применением приведенного математического

аппарата, возможно, разработать в соответствии с автоматной парадигмой программирования [9].

### Результаты и обсуждение

Поскольку развитие насекомых представляет собой дискретный процесс перехода от одной стадии к другой: из яиц появляются личинка, которые окукливаются (в случае полного превращения), далее из куколок появляются взрослые особи (имаго), развитие одной особи насекомого можно представить в виде системы, имеющей конечное количество состояний. Тогда процесс развития популяции представляет собой совокупность таких систем.

Моделируемый процесс развития одной особи насекомого можно описать как дискретную марковскую цепь (граф представлен на рисунке 1). Нулевому состоянию ( $S_0$ ) соответствует стадия яйца, а финальному состоянию системы ( $S_n$ ) – гибель особи, вероятность перехода, из которого в другие состояния равна нулю. Предпоследнее состояние ( $S_{n-1}$ ) соответствует фазе имаго. Число остальных промежуточных состояний (между  $S_0$  и  $S_{n-1}$ ) зависит от типа превращения насекомого: полное – еще две фазы  $S_1$  и  $S_2$  (личинка, куколка); неполное – одна дополнительная фаза  $S_1$  (личинка). Таким образом, в первом случае  $n$  равняется 4, а во втором – 3 (рис. 1).

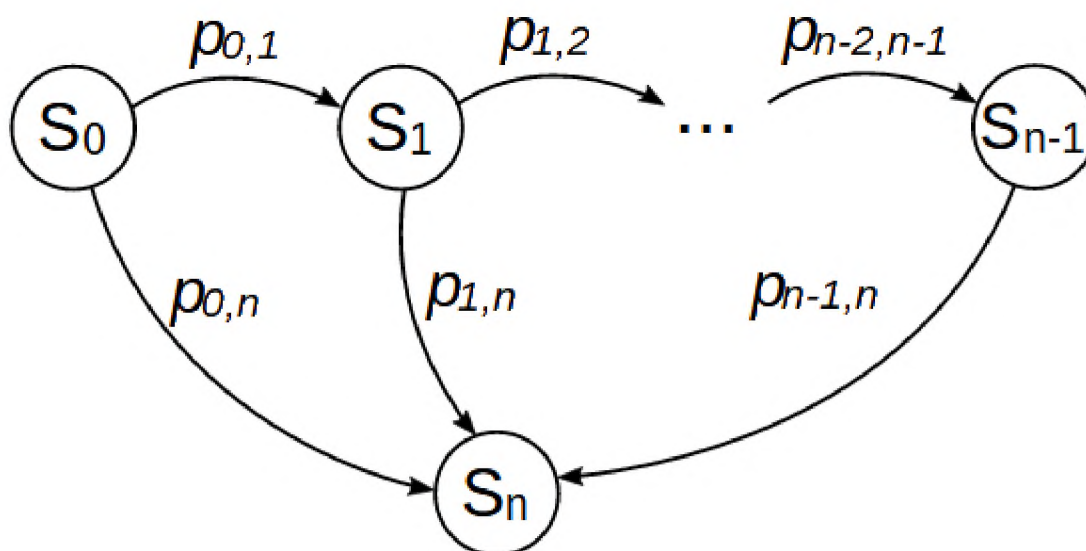


Рис. 1 Граф марковской цепи процесса развития особи насекомого

Рассмотрим матрицу переходных вероятностей  $P$ , для случая процесса развития насекомого с неполным превращением ( $n = 3$ ):

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & 0 & p_{03} \\ 0 & p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ 0 & 0 & p_{22} & p_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Значение, соответствующее пересечению  $i$ -ой строки и  $j$ -ого столбца ( $p_{ij}$ ) определяет вероятность перехода системы из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ . Таким образом, исходя из свойств вероятности [1], справедливо следующее:

$$\sum_{i=0}^n p_{ij} = 1, \text{ для всех } j = 0..n.$$

В матрице  $P$ , вероятность некоторых переходов равна нулю, например,  $p_{02}$ , что соответствует невозможности перехода насекомого из фазы яйца в имаго, минуя стадию личинки. На графе (рис. 1) это отображается путем отсутствия соответствующих ребер.

Также, очевидно, что вероятность перехода из состояния  $S_3$ , что соответствует гибели особи, в другие состояния равно нулю. Следовательно, вероятность перехода  $p_{33}$  равна единице.

Определим вероятности, не имеющие константные значения в матрице  $P$ .

$p_{i,i+1}$ , для всех  $i$  от 0 до  $n-2$  – вероятность того, что система перейдет в следующее состояние (фазу развития). В общем случае завершение развития особи определяется многими факторами, но в значительной степени зависит от температуры [2]. Путем анализа статистических данных можно определить статистическую вероятность перехода в следующую фазу развития в зависимости от накопленного биологически активного тепла в виде суммы эффективных температур ( $\text{СЭТ}$ )  $> 10^\circ\text{C}$ .

$p_{i,n}$ , для всех  $i$  от 0 до  $n-1$  – вероятность того, что система перейдет в состояние  $S_n$  (гибель особи). Анализируя статистические данные можно определить статистическую вероятность гибели особи в зависимости от температуры. Также, взрослая особь (имаго) может погибнуть в силу естественных причин – по возрасту. В этом случае определяем статистическую вероятность такого события в зависимости от времени жизни особи. Так как гибель особи может повлечь совокупность обоих факторов – и возраст и температура, то перечисленные события нельзя считать несовместными, тогда определим вероятность гибели следующим выражением:

$$p_{i,n} = PT(T, i) + PA(Age, i) - PT(T, i) * PA(Age, i), \text{ для всех } i = 0..n-1.$$

Где  $PT$  – вероятность гибели особи в зависимости от температуры;  $PA$  – вероятность гибели особи по возрасту, для  $i < n-1$  равна нулю.

$p_{ii}$ , для всех  $i$  от 0 до  $n$  – вероятность того, что система останется в текущем состоянии (фазе развития). Определяется следующим выражением:

$$p_{ii} = 1 - \sum_{j=0}^{i-1} p_{ij} - \sum_{j=i+1}^n p_{ij}, \text{ для всех } i = 0..n.$$

Важной составляющей процесса развития популяции насекомых является размножение особей. С точки зрения моделирования исследуемого процесса, размножение приводит к образованию новых объектов, процесс изменения внутреннего состояния которых описывается рассмотренной выше математической моделью. Таким образом, поддерживается динамика моделируемой системы. К размножению способны лишь особи в состоянии  $S_{n-1}$  (имаго). Для упрощения отладки и структуры модели, откладывание яиц рассмотрим, как отдельный процесс, присущий моделируемому объекту в состоянии  $S_{n-1}$ , и приведем соответствующую модель (рис. 2).

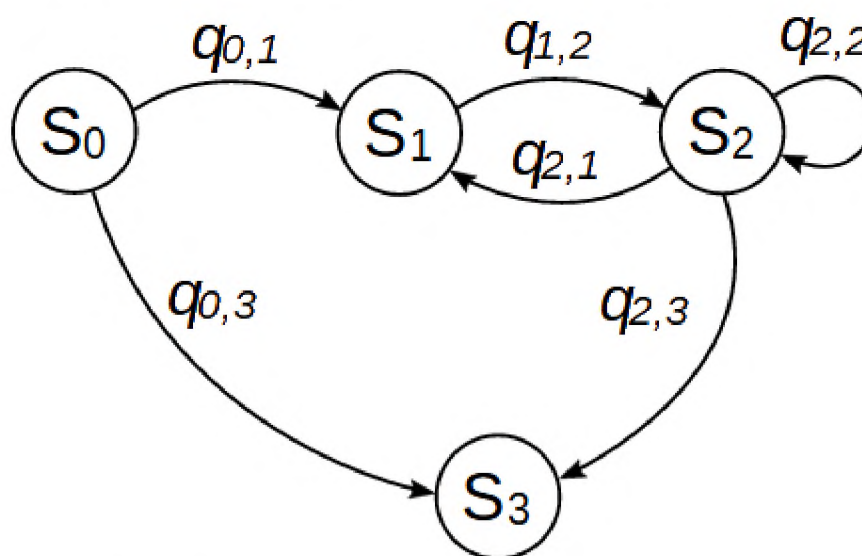


Рис. 2 Граф марковской цепи процесса откладывания яиц

Возможность откладывания яиц взрослыми особями насекомых также можно описать марковской цепью (рис. 2). В состоянии  $S_0$  имаго не откладывает яйца, это начальное состояние. В  $S_1$  – откладывает яйца, в  $S_2$  – яйца не откладывает, но еще имеет такую возможность,  $S_3$  – конечное состояние, при котором особь не имеет возможности откладывать яйца.

Обозначим матрицу переходных вероятностей марковской цепи возможности откладки яиц как  $Q$  размерностью  $m \times m$ . Рассмотрим такую матрицу:

$$Q = \begin{pmatrix} 0q_{01} & 0 & q_{03} \\ 0 & 0 & q_{12} & 0 \\ 0q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Также, как и для матрицы  $P$ , для  $Q$  справедливо следующее выражение:

$$\sum_{i=0}^m q_{ij} = 1, \text{ для всех } j = 0..m.$$

Определим вероятности не имеющие константные значения в матрице  $Q$ .

$q_{03}$  – вероятность того, что особь вообще не будет откладывать яйца. По разным причинам, включая случаи того, что особь мужского пола.

$q_{01}$  и  $q_{21}$  – вероятности откладывания яиц.

$q_{12}$  и  $q_{22}$  – вероятность, того что особь не откладывает яйца, но возможно будет на следующем шаге (не утратила способность к размножению).

$q_{23}$  – вероятность события, при котором особь больше не будет откладывать яйца.

Анализируя статистические данные плодовитости насекомого можно определить статистические вероятности описанных выше событий и использовать их для заполнения матрицы  $Q$ .

Представленные дискретные марковские цепи послужат математической основой для программной имитационной модели. Рассмотренный подход упростит разработку программы, так как позволит применить парадигму автоматного программирования, заключающуюся в разработке программ, поведение которых описывается конечными автоматами [9]. Марковскую цепь можно рассматривать как дискретный автомат, что позволит применить указанную парадигму. Одним из вариантов реализации парадигмы является использование в алгоритме явно заданной матрицы переходов конечного дискретного автомата. Это позволит разделить программную реализацию алгоритма моделирования и математическую модель, которая описывает исследуемый процесс. Также, это минимизирует изменения программного кода при внесении изменений в математическую модель.

Одной из задач является прогнозирование ориентировочной численности насекомых вредителей, в связи, с чем необходимо моделировать процесс развития не одной особи, а целой популяции. В свою очередь моделируемое развитие популяции можно рассмотреть, как совокупность процессов развития отдельных особей. Описанную выше математическую модель можно использовать как часть структуры общей имитационной модели развития популяции вредителей. На каждом шаге моделирования имитируется процесс развития каждой особи в соответствии с математической моделью.

Вероятности переходов в цепях Маркова, как было отмечено выше, будут определены путем анализа статистических данных. Эти вероятности определяются функциями, зависящими от значений различных факторов, например, температуры. Таким образом, значения вероятностей не являются константами и меняются на каждом шаге моделирования. Использование такого подхода потребует существенного объема вычислений на каждом шаге, что и обуславливает необходимость разработки программной имитационной модели.



Точность результатов моделирования будет существенно зависеть от качественных характеристик статистических данных, её объема, достоверности, репрезентативности исследуемой выборки. Однако повышение точности возможно и за счет корректировки структуры модели. Анализируя результаты моделирования, проводя их сравнительный анализ со статистическими данными, в дальнейшем возможно внесение корректировок в описанную модель. Также повышению точности способствует увеличение детализации моделирования процесса, однако это в свою очередь повлечет к необходимости дополнительных статистических данных для определения параметров модели.

Входными данными для модели является информация по статистике выживания особей, длительность и даты начала всех стадий развития, статистика откладывания яиц, а также значения соответствующей температуры при которой развивались насекомые. В качестве выходных данных можно получить численность насекомых на всех фазах развития в конкретный период времени в зависимости от начальной их численности и температурных показателей за этот период.

### Выводы

Разработанная математическая модель является основой для программной имитационной модели развития насекомых вредителей, позволяющей в результате моделирования спрогнозировать вероятные значения численности фитофагов и даты их жизненных стадий. Определение параметров модели предложено осуществить путем анализа статистических данных. При этом возможность учитывать текущие значения факторов в ходе моделирования программной реализации позволит осуществлять прогноз.

Полученные в результате моделирования параметры позволят точнее определять график защитных мероприятий и меру воздействия. Таким образом, имитационная модель позволит повысить эффективность защиты плодовых культур.

Математическая модель представляет собой марковские цепи двух типов, совместно они описывают процесс развитие одной особи. А совокупность таких систем позволит моделировать развитие популяции насекомых. Были приведены структуры цепей, описаны возможные исходы случайных событий и особенности определения их вероятностей.

Предложен подход программной реализации разработанной модели, заключающийся в применении автоматной парадигмы проектирования программных систем.

Преимуществом данного подхода построения имитационных моделей заключается в стохастическом характере ее описания. Что полностью отражает суть процесса, так как большинство факторов, определяющих моделируемый процесс, имеет не детерминированную природу. Также разработанная математическая модель упрощает программную реализацию, поскольку позволит существенно отделить описание исследуемого процесса от программы, представляющей средство моделирования.

### Список литературы

1. *Баврин И.И.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высш. шк. – 2005. – 160 с.
2. *Балькина Е.Б., Черний А.М.* Энтомоакарокомплекс и защита яблоневого сада Крыма. – Симферополь: Из-во «Ариал». – 2018. – 348 с.
3. *Боровков А.А.* Теория вероятностей: Учебное пособие / Изд. 5-е, сущ. перераб. и доп. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 656 с.

4. Васильев В.П., Ливиниц И.З. Вредители плодовых культур. – М.: Колос, 1984. – 398 с.
5. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1977. – С. 568.
6. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. II: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. – М.: МЦНМО, 2010. – С. 295.
7. Мигулин А.А. Влияние климата на динамику численности вредных насекомых // Сборник научных трудов УЭО. – 1970. – Т. 138. – С. 17-94.
8. Митрофанов В.И., Балыкина Е.Б., Трикоз Н.Н. Интегрированные системы защиты плодовых и субтропических культур. Методические рекомендации. – Ялта: Б.и., 2004. – С. 45.
9. Поликарпова Н.И., Шальто А.А. Автоматное программирование. – СПб.: СПбГПУ, 2008. – 227 с.

*Статья поступила в редакцию 26.07.2021 г.*

**Rybalkin E.P., Shishkin V.A., Opanasenko V.N. One of the approaches to modeling the process of insect development to improve the effectiveness of protective measures of fruit crops** // Bull. Of the State Nikita Botan. Gard. – 2021. – № 140. P. 31-36

Protection of fruit crops from pests is one of the most important tasks of gardening. In turn, the use of protective measures has both positive and negative sides, which makes the issue of improving their effectiveness one of the main ones. Having data on the estimated number of pests and the dates of the beginning of their development phases, it is possible to increase efficiency by choosing the optimal exposure measure and drawing up a more accurate schedule of protective measures. One way to determine such parameters is to use simulation. The article presents one of the approaches to constructing a mathematical model of the insect development process, which is used to build a software simulation model that allows to increase the effectiveness of protective measures of fruit crops. The article describes what is the essence of the modeled process. A mathematical model and methods for determining its parameters are presented. The required initial data for modeling are defined.

**Key words:** *modeling; model; Markov chains; pests; plant protection*